2022 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□

1．□2021·□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □R □□□□□□□□□ $f'(x)>f(x)$ □□□□□□□ a □□□□□□□□□□□

A□$f(a)<e^a f(0)$□　　B□$f(a)>e^a f(0)$□

C□$f(a)<\frac{f(0)}{e^a}$□　　D□$f(a)>\frac{f(0)}{e^a}$

□□□□B

□□□□

□□□□□□□□ $F(x)=\frac{f(x)}{e^x}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□ $F(x)=\frac{f(x)}{e^x}$□

□ $F'(x)=\frac{f'(x)e^x-f(x)e^x}{[e^x]^2}=\frac{f'(x)-f(x)}{e^x}$□

$\because f'(x)>f(x)$□

$\therefore F'(x)>0$□□□□ $F(x)$ □□□□□□□□□□

□□□□□ a □□□ $a>0$□

$\therefore F$□a□$>F(0)$□

□ $\frac{f(a)}{e^a}>\frac{f(0)}{e^0}$□

$\therefore f(a)>e^a f(0)$

□□□B□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

2．□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□ $a>0$□$b>0$□□ $\sqrt{(a-2\sqrt{b})^2+(\ln a-b)^2}+b$ □□□□□□　□

A□$\sqrt{2}-1$　　B□$\sqrt{3}-1$　　C□$\sqrt{2}+1$　　D□$\sqrt{3}+1$

□□□□A

□□□□

□□□□□□□□□□□ $y=\ln x$ □ $y=\frac{1}{4}x^2$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $T=\sqrt{(a-2\sqrt{b})^2+(\ln a-b)^2}+b$ □□□□□□□□□□□□□□ $y=\ln x$ □

$y=\frac{1}{4}x^2$ □□□□□□□□□□□□

□ $P(a,\ln a)$, $Q(2\sqrt{b},b)$, $H(2\sqrt{b},0)$, $F(0,1)$, $G(2\sqrt{b},-1)$ □

□ $T=PQ+QH=PQ+QG-1=PQ+QF-1\ge PF-1$ □

□□ $PF^2=a^2+(\ln a-1)^2=f(a)$, $f'(a)=2a+\frac{2(\ln a-1)}{a}=\frac{2}{a}(a^2+\ln a-1)$ □

□ $y=a^2+\ln a-1$ □□□□□□□□ $a=1$ □ $f'(a)$ □□□□□□

□ $f'(a)<0\Rightarrow a\in(0,1)$, $f'(a)>0\Rightarrow a\in(1,+\infty)$ □

□□ $f(a)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□

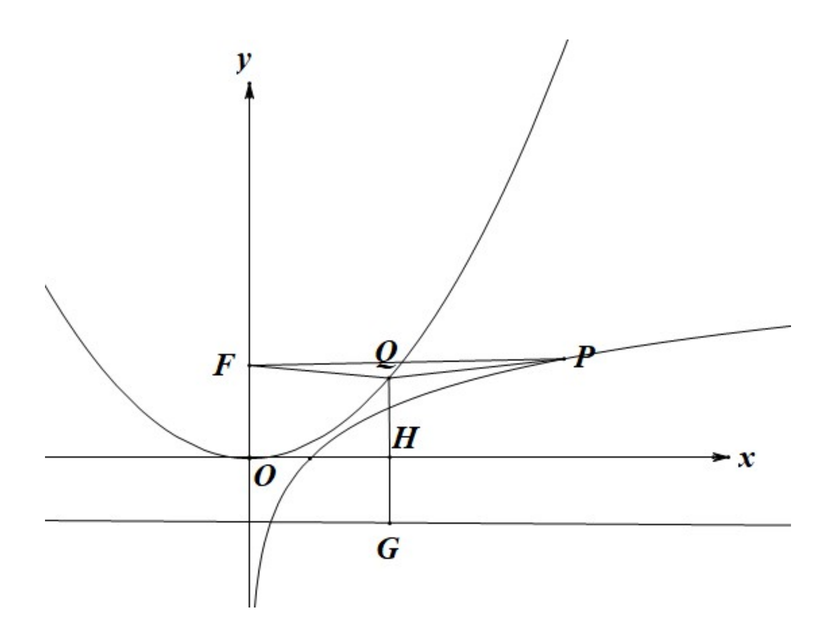
□ $f(a)_{\min}=f(1)=2$ □□ $PF^2\ge 2$ □□□ $T\ge PF-1\ge\sqrt{2}-1$ □

$$T=\sqrt{(a-2\sqrt{b})^2+(\ln a-b)^2}+1+b-1=\sqrt{(a-2\sqrt{b})^2+(\ln a-b)^2}+\sqrt{(2\sqrt{b})^2+(b-1)^2}-1$$

$$\ge\sqrt{(a-2\sqrt{b}+2\sqrt{b})^2+(\ln a-b+b-1)^2}-1=\sqrt{a^2+(\ln a-1)^2}-1\ge\sqrt{2}-1$$ □

□□□□ $a=1$, $b=2\sqrt{2}-2$ □□□□□.

□□□A



3□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\cos^2 x\sin 2x$ □□□□□□□□□□□□□ □

A□ $f(x)$ □□□□

B□ $f(x)$ □ $\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3}\right]$ □□□□□

C□ $f(x)$ □ $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ □□□ 2 □□□□

D□ $f(x)$ □ $[0,\pi]$ □□□□□□ $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

□□□□B

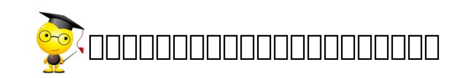
□□□□

□□□□□□□□□□A□□□□□□ $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)>0$ □□□B□□ $x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ □□□ $f'(x)=0$ □□ $x=\pm\frac{\pi}{6}$ □□□C□□ $x\in[0,\pi]$ □□

$f'(x)=0$ □□ $x_1=\frac{\pi}{6},x_2=\frac{\pi}{2},x_3=\frac{5\pi}{6}$ □□□□□□□□□D□

□□□□

□□ $f(x)=\cos^2 x\sin 2x$ □□□□□ R



□ $f(-x)=\cos^2 x\sin 2x=-\cos^2 x\sin 2x=-f(x)$ □□ $f(x)$ □□□□A □□□

□ $f'(x)=(\cos^2 x\sin 2x)'=2\cos^2 x\cos 2x-2\cos x\sin x\sin 2x=2\cos x\cos 3x$

□ $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)=2\cos\frac{\pi}{8}\cos\frac{3\pi}{8}>0$ □□ $\frac{\pi}{8}\in\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3}\right]$ □□□ $f(x)$ □ $\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3}\right]$ □□□□□□□□B □□

□ $x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ □□ $f'(x)=0$ □□ $x=\pm\frac{\pi}{6}$ □□□ $x\in\left(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{6}\right)$ □ $f'(x)<0$ □

□ $x\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right)$ □ $f'(x)>0$ □□ $x\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$ □ $f'(x)<0$ □□□ $f(x)$ □ $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ □□□2□□□□□□C □□□

□ $x\in[0,\pi]$ □□ $f'(x)=0$ □□ $x_1=\frac{\pi}{6},x_2=\frac{\pi}{2},x_3=\frac{5\pi}{6}$ □

□□ $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{8}$ □ $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$ □ $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)=-\frac{3\sqrt{3}}{8}$ □ $f(\pi)=0$

□□ $f(x)$ □ $[0,\pi]$ □□□□□□ $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ □□D □□□

□□□B

4．（2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $l_1: y=m, l_2: y=\frac{1}{4m+1}(m>0)$ □□ l_2, l_1 □□□□□ $y=|\log_2 x|$ □□□□□□

C,A,B,D □□□□□□ 4 □□□□□□□□□□□ CA,BD □ x □□□□□□□□ a,b □□□ $\log_2\frac{b}{a}$ □□□□□□□□ m □□□□ （ ）

A□$\frac{1}{2}$ **B**□$\frac{1}{3}$ **C**□$\frac{1}{4}$ **D**□$\frac{1}{6}$

□□□□C

□□□□

□□□□□□□ $x_A x_B=x_C x_D=1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□ C,A,B,D □□□□□□□ x_C,x_A,x_B,x_D □□□□□□ $y=|\log_2 x|$ □□□□□□ $x_A x_B=x_C x_D=1$.

□□□□□ $a=x_A-x_C=\frac{1}{x_B}-\frac{1}{x_D}=\frac{x_D-x_B}{x_Bx_D}$ □$b=x_D-x_B$□□$\frac{b}{a}=x_Bx_D$□

□□$\log_2\frac{b}{a}=\log_2 x_B+\log_2 x_D=m+\frac{1}{4m+1}=\frac{4m+1}{4}+\frac{1}{4m+1}-\frac{1}{4}\geq 2\times\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$□□□□□$\frac{4m+1}{4}=\frac{1}{4m+1}$□□$m=\frac{1}{4}$□□□□

□.

□□□$\log_2\frac{b}{a}$□□□□□□□$m=\frac{1}{4}$.

□□□C.

5□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$a=2^{\sqrt{3}}$□$b=\sqrt{3}$□$c=\log_2 3$□□a□b□c□□□□□□□（　）

A□$b>a>c$　　　**B**□$a>c>b$　　　**C**□$a>b>c$　　　**D**□$b>c>a$

□□□□C

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$a>2$□$b<2$□$1<c<2$□□□□$b=\log_2 2^{\sqrt{3}}, c=\log_2 3$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$a=2^{\sqrt{3}}>2^1=2$□$b=\sqrt{3}<2$□$c=\log_2 3\in(1,2)$□

□$b=\sqrt{3}=\log_2 2^{\sqrt{3}}, c=\log_2 3$□

□□□□$y=\log_2 x$□□□□□□□$2^{\sqrt{3}}>2^{\frac{8}{5}}=\sqrt[5]{256}>3$□□□$b>c$□

□□$a>b>c$.

□□□C.

6□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=\begin{cases}x^2+(4a-3)x+3a, x<0,\\ \log_a(x+1)+1, x\geq 0\end{cases}$ □$a>0$□□$a\neq 1$□□R□□□□□□□□□□**x**□□

□$|f(x)|=2-x$□□□□□□□□□□□□□□a□□□□□□

A□$\left(0,\frac{2}{3}\right]$　　　**B**□**[**$\frac{2}{3}$□$\frac{3}{4}$**]**　　　**C**□**[**$\frac{1}{3}$□$\frac{2}{3}$**]**$\cup$**{**$\frac{3}{4}$**}**　　　**D**□**[**$\frac{1}{3}$□$\frac{2}{3}$□$\cup$**{**$\frac{3}{4}$**}**

□□□□C

□□□□

□□□□□□ $f(x)$ □ R □□□□□□□ $\begin{cases}3-4a\geq 0\\ 3a\geq 1\\ 0<a<1\end{cases} \Rightarrow \frac{1}{3}\leq a\leq \frac{3}{4}$ □□□□ $|f(x)|=2-x$ □□□□□□□□□□□□□□□□ $3a\leq 2,$ □ $\frac{1}{3}\leq a\leq \frac{2}{3}$ □

□ $a=\frac{3}{4}$ □□□□□ $y=x^2+(4a-3)x+3a$ □□□ $y=2-x$ □□□□□□□□□∵□□ a □□□□□□ $[\frac{1}{3},\frac{2}{3}]\cup\left\{\frac{3}{4}\right\}$ □□□C.

□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□1□□

□2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□3□□□

7□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□ **R** □□□□□□□□ $f(x+1)=-f(x)$ □□ $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$ □□ $f(x)=4^x-1$ □□ $h(x)=(x-1)f(x)-1$ □□ $\left[-1,3\right]$ □□□□□□□□□　□

A□4　　**B□3**　　**C□2**　　**D□1**

□□□□A

□□□□

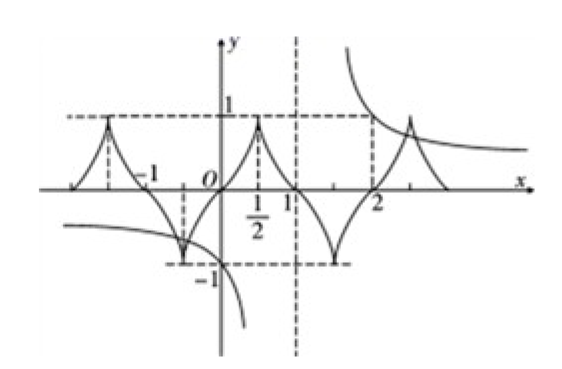
□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y=f(x)$ □□□ $y=\frac{1}{x-1}$ □□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□.

□□□□

□□□ $f(x)$ □□□□R□□□□□□□□ $f(-x)=-f(x)$ □□ $f(x+1)=-f(x)$ □□□ $f(x)$ □□□□2□□ $f(x+1)=f(-x)$ □

$x=\frac{1}{2}$ □□□□□□□□□□□□ $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$ □□ $f(x)=4^x-1$ □□□□ $f(x)$ □□□□□□□



□□□ $h(x)=(x-1)f(x)-1$ □□□□ $y=f(x)$ □□□ $y=\frac{1}{x-1}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $(1,0)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□

□ $x_1,x_2,x_3,x_4,$ □□ $x_1+x_4=2,x_2+x_3=2$ □□□□□□□□ $x_1+x_2+x_3+x_4=4$.

□□□A

8□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x(\omega>0)$ □□□ x_1 □ x_2 □□ $f(x_1)-f(x_2)=4$ □□

$|x_1-x_2|$ □□□□□ $\frac{\pi}{2}$ □□ $f(x)$ □□□□□□□ $\frac{\pi}{3}$ □□□□□□□ $g(x)$ □□ $g\left(\frac{\pi}{24}\right)$ □□□□　□

A□ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$　　**B**□ 1　　**C**□ $\sqrt{2}$　　**D**□ $\sqrt{3}$

□□□□A

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□ π □□□ $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$ □□□□□□□ $g(x)=2\cos 2x$ □□□ $g\left(\frac{\pi}{24}\right)$ □□.

□□□□

□□□ $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})$ □□□□□□□ 2□□□□□-2.

□□ $f(x_1)-f(x_2)=4$ □□□ $f(x_1)=2,f(x_2)=-2$ □

□□ $|x_1-x_2|$ □□□□□ $\frac{\pi}{2}$ □□□□□□□□□□□□ $\frac{\pi}{2}\times 2=\pi$ □

□□ $\pi=\frac{2\pi}{\omega}$ □$\therefore\omega=2$.□□ $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$ □

□ $f(x)$ □□□□□□□ $\frac{\pi}{3}$ □□□□□□□ $g(x)=2\sin[2(x+\frac{\pi}{3})-\frac{\pi}{6}]=2\sin(2x+\frac{\pi}{2})$

$=2\cos 2x$□

□□ $g\left(\frac{\pi}{24}\right)=2\cos\frac{\pi}{12}=2\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{6}}{2}}=2\sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}}=\sqrt{2+\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{8+4\sqrt{3}}{4}}$

$=\sqrt{\frac{8+2\sqrt{12}}{4}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$.

□□□A

9．□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $f'(x)$ □□□□□□ $x\in\mathbf{R}$ □□□ $f(x)>f'(x)+2$ □□ $f(x)-2021$ □□□

□□□□□□ $f(x)-2019e^x<2$ □□□□□ □

A□ $(0,+\infty)$ **B**□ $(-\infty,0)$ **C**□ $(-\infty,e)$ **D**□ $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$

□□□□A

□□□□

□□□□□□□□ $g(x)=\frac{f(x)-2}{e^x}$ □□□□□□□□□□□□□□ $f(x)-2021$ □□□□□□ $f(0)=2021$ □□□□□□□ $f(x)-2019e^x<2$ □□□

□□ $\frac{f(x)-2}{e^x}<2019$ □ $g(x)<g(0)$ □□□□□ $g(x)$ □□□□□□ $x>0$

□□□□

□□□ $g(x)=\frac{f(x)-2}{e^x}$ □□ $f(x)>f'(x)+2$ □

□□ $g'(x)=\frac{f'(x)-f(x)+2}{e^x}<0$ □

□□□ $g(x)$ □ R □□□

□ $f(x)-2021$ □□□□□□ $f(0)=2021$ □

$\therefore g(0)=f(0)-2=2019$ □□ $g(0)=2019$ □

$\because$□□ $f(x)-2019e^x<2$ □

$\therefore \frac{f(x)-2}{e^{x}}<2019$□□ $g(x)<g(0)$□

□□□□□□□□□□ $x>0$□

□□□□ $f(x)-2019e^{x}<2$□□□□ $(0,+\infty)$□

□□□A.

□□□□

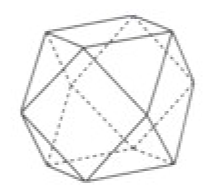
□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□

□□.□□.□□□□□□

□□.□□.

10□□2021·□□□□□□□□□□□□□□“□□□□□□□”□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□□□□□□□□□□□□

□□□“□□□□□□□”.□□□□□□□□□ $\sqrt{2}$ □□□□□□□　□



A□$\frac{40\sqrt{2}}{3}$　　**B**□**5**　　**C**□$\frac{17}{3}$　　**D**□$\frac{20}{3}$

□□□□D

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

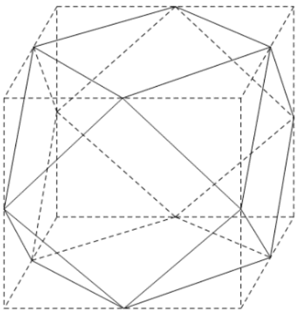
□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\sqrt{2}$ □□□□□□□□□□2□

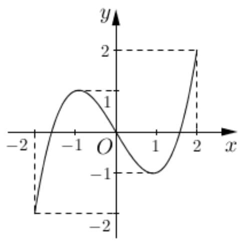
□□□□□□□□□2 □□□□□□□□□□□8 □□□□□□□

□□□□□□□□□□$2^{3}-8\times\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times1\times1)\times1=\frac{20}{3}$□

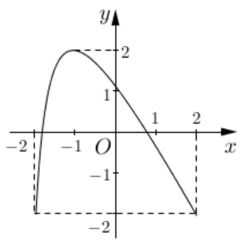
□□□D.



11．（2021·上海杨浦·复旦附中高三开学考试）已知函数 $y=f(x)$ 在 $[-2,2]$ 上的图象如图所示。给出下列四个命题：



$f(x)$



$g(x)$

① 方程 $f[g(x)]=0$ 有且仅有 6 个根；②方程 $g[f(x)]=0$ 有且仅有 3 个根；

③ 方程 $f[f(x)]=0$ 有且仅有 5 个根；④方程 $g[g(x)]=0$ 有且仅有 4 个根。

其中正确的命题的个数为（　　）

A．1　　　　**B**．2　　　　**C**．3　　　　**D**．4

【答案】C

【分析】

先根据图象判断 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 的范围和零点，再看满足外层函数为 0 时内层函数有几个值与之对应，分别令内层函数等于这几个值，判断对应的 x 的个数，结合图形具体分析即可判断①②③④，进而可得正确选项．

【详解】

对于①，令 $t=g(x)$，

结合图象可得 $f(t)=0$ 有三个不同的解 $-2<t_1<-1, t_2=0, 1<t_3<2$，

从图象上看 $g(x)=t_1$ 有两个不同的解，$g(x)=t_2$ 有两个不同的解，

$g(x)=t_3$□□□□□□□□$f[g(x)]=0$□6□□□□□①□□□

□□②□□$t=f(x)$□

□□□□□□$g(t)=0$□□□□□□$-2<t_1<-1,0<t_2<1$□

□□□□□$f(x)=t_1$□□□□□□$f(x)=t_2$□□□□□□□

□$g[f(x)]=0$□4□□□□□②□□□

□□③□□$t=f(x)$□

□□□□□□$f(t)=0$□□□□□□$-2<t_1<-1,t_2=0,1<t_3<2$□

□□□□□$f(x)=t_1$□□□□□$f(x)=t_2$□□□□□□□

$f(x)=t_3$□□□□□□$f[f(x)]=0$□5□□□□□③□□□

□□④□□$t=g(x)$□

□□□□□□$g(t)=0$□□□□□□$-2<t_1<-1,0<t_2<1$□

□□□□□$g(x)=t_1$□□□□□□□$g(x)=t_2$□□□□□□□

□$g[g(x)]=0$□4□□□□□④□□□

□□□□□□3□□

□□□C.

12□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ ***a*□*b*** □□$a+4b+5ab\le 1$□□ab□□□□□□ □

A□$\frac{1}{25}$　　**B**□$\frac{1}{20}$　　**C**□$\frac{1}{15}$　　**D**□$\frac{1}{10}$

□□□□A

□□□□

□$a>0,b>0$□$a+4b\ge 2\sqrt{4ab}=4\sqrt{ab}$□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□ $a>0,b>0$ □ $a+4b\ge 2\sqrt{4ab}=4\sqrt{ab}$

□ $a+4b+5ab\le 1\Rightarrow 4\sqrt{ab}+5ab\le 1\Rightarrow\left(5\sqrt{ab}-1\right)\left(\sqrt{ab}+1\right)\le 0$

□□ $0<\sqrt{ab}\le\frac{1}{5}$ □□□ $0<ab\le\frac{1}{25}$ □ ab □□□□□ $\frac{1}{25}$

□□□A

13□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=ax-2$ □ $g(x)=e^x$ □□□□□□□□□□ $y=x$ □□□□□□ a □□□□□□□ □

A□ $\left(-\infty,\frac{e}{4}\right]$ **B□** $\left(-\infty,\frac{e}{2}\right]$ **C□** $\left(-\infty,e\right]$ **D□** $\left(-\infty,e^2\right]$

□□□□C

□□□□

□□□□□□□ $f(x)=ax-2$ □ $y=\ln x$ □□□□□□□□ $ax-2=\ln x$ □□□□□ $a=\frac{2+\ln x}{x}$ □□□□ $h(x)=\frac{2+\ln x}{x}$ □□

$h'(x)=\frac{-1-\ln x}{x^2}$ □□ x □□□□□□□ $x=\frac{1}{e}$ □□ $h(x)$ □□□□□ $h\left(\frac{1}{e}\right)=e$ □□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□□ $f(x)=ax-2$ □ $y=\ln x$ □□□□□□□□ $ax-2=\ln x$ □□□

□ $a=\frac{2+\ln x}{x}$ □□□□ $h(x)=\frac{2+\ln x}{x}$ □□ $h'(x)=\frac{-1-\ln x}{x^2}$ □

□□ $0<x<\frac{1}{e}$ □□ $h'(x)>0$ □□ $x>\frac{1}{e}$ □□ $h'(x)<0$ □

□ $x=\frac{1}{e}$ □□ $h(x)$ □□□□□ $h\left(\frac{1}{e}\right)=e$ □□□□□□□□

□ x □□□ 0 □□ $h(x)$ □□□ $-\infty$ □□□ $a\le e$ □□□□□

□□□C.

□□□□

[illegible]

14．[illegible]2021·[illegible] $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2ax$ [illegible] $g(x)=3a^2\ln x-b$ [illegible] $a>0$ [illegible] $y=f(x)$ [illegible] $y=g(x)$ [illegible]

[illegible]（　）

A．[illegible] $y=f(x)$ [illegible] $y=g(x)$ [illegible]　　**B**．$b=\frac{3a^2}{2}+3a^2\ln a$

C．[illegible] $a=\frac{3}{e}$ [illegible] b [illegible]　　**D**．b [illegible] $-\frac{1}{6e^2}$

[illegible]D

[illegible]

[illegible] $f'(x)=x-2a$ [illegible] $g'(x)=\frac{3a^2}{x}$ [illegible] (x_0,y_0) [illegible] $\begin{cases}f(x_0)=g(x_0)\\f'(x_0)=g'(x_0)\end{cases}$ [illegible] x_0 [illegible] A[illegible]

[illegible] a,b [illegible] $b=3a^2\ln 3a+\frac{3a^2}{2}$ [illegible] B[illegible] $F(a)=3a^2\ln 3a+\frac{3a^2}{2},a>0$ [illegible]

[illegible] CD.

[illegible]

[illegible] $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2ax$ [illegible] $g(x)=3a^2\ln x-b$ [illegible] $x>0$ [illegible]

[illegible] $f'(x)=x-2a$ [illegible] $g'(x)=\frac{3a^2}{x}$ [illegible]

[illegible] (x_0,y_0) [illegible]

$\begin{cases}f(x_0)=g(x_0)\\f'(x_0)=g'(x_0)\end{cases}$ [illegible] $\begin{cases}\frac{1}{2}x_0^2-2ax_0=3a^2\ln x_0-b\\x_0-2a=\frac{3a^2}{x_0}\end{cases}$ [illegible]

[illegible] $x_0-2a=\frac{3a^2}{x_0}$ [illegible] $x_0^2-2ax_0-3a^2=0$ [illegible] $x_0=3a$ [illegible] $x_0=-a$ [illegible]

[illegible] $y=f(x),y=g(x)$ [illegible] A [illegible]

$b=3a^2\ln x_0-\frac{1}{2}x_0^2+2ax_0=3a^2\ln 3a-\frac{9a^2}{2}+6a^2=3a^2\ln 3a+\frac{3a^2}{2}$ [illegible] B [illegible]

□ $F(a)=3a^2\ln 3a+\frac{3a^2}{2}, a>0$ □□ $F(a)=6a\ln 3a+6a=6a(\ln 3a+1)$ □

□ $0<a<\frac{1}{3e}$ □□ $F(a)<0$ □□ $a>\frac{1}{3e}$ □□ $F(a)>0$ □

□□□□ $F(a)$ □ $\left(0,\frac{1}{3e}\right)$ □□□□□ $\left(\frac{1}{3e},+\infty\right)$ □□□□

□□□ $a=\frac{1}{3e}$ □□ b □□□□□□ $F\left(\frac{1}{3e}\right)=-\frac{1}{3e^2}+\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{9e^2}=-\frac{1}{6e^2}$ □

□ C □□□D □□.

□□□D.

15□□2021·□□□□·□□□□□□□□ $f(x)=\cos x$ □□□□□□□ $\frac{2}{3}\pi$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{1}{\omega}(\omega>0)$ □□□□□ $g(x)$ □□

□□□ $g(x)$ □ $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ □□□□□ $\left[-\frac{1}{2},1\right]$ □□ ω □□□□　□

A□ $\left[\frac{4}{3},\frac{8}{3}\right]$　　**B**□ $\left[\frac{1}{3},\frac{5}{3}\right]$　　**C**□ $\left[\frac{4}{3},+\infty\right)$　　**D**□ $\left[\frac{8}{3},+\infty\right)$

□□□□A

□□□□

□□□□□□□ $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□□ $f(x)=\cos x$ □□□□□□□ $\frac{2}{3}\pi$ □□□□□□□□ $y=\cos(x-\frac{2\pi}{3})$ □□□□

□□□□□□□□□□□□□ $\frac{1}{\omega}(\omega>0)$ □□□□□ $g(x)=\cos(\omega x-\frac{2\pi}{3})$ □□□□

□ $g(x)$ □ $[0,\frac{\pi}{2}]$ □□□□□ $[-\frac{1}{2},1]$ □□□□ $\omega x-\frac{2\pi}{3}\in[-\frac{2\pi}{3}$ □ $\frac{\omega\pi}{2}-\frac{2\pi}{3}]$ □

$\therefore 0\leqslant\frac{\omega\pi}{2}-\frac{2\pi}{3}\leqslant\frac{2\pi}{3}$ □□□ $\frac{4}{3}\leqslant\omega\leqslant\frac{8}{3}$ □

□□□A□

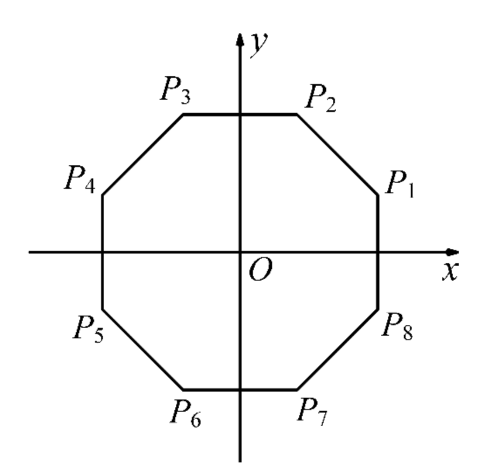
□□□□

□□□□□□□□ $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

16□□2021·□□□□·□□.

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□□□□□□□□□□□□ xOy □□ O □□□□□ $P_1P_2\cdots P_8$ □□□□ $P_1P_8\perp x$ □□□□□□□□□□□

□□□□□ M □□ M □□ $2OM+OP_i+OP_j=\mathbf{0}$ □□□ $1\le i,j\le 8$ □ $i,j\in N^*$ □ $i\ne j$ □□□□ M □□□□ O □□□□□□□□□□□□□ □



A□$\frac{3}{5}$　　**B**□$\frac{3}{7}$　　**C**□$\frac{3}{8}$　　**D**□$\frac{2}{7}$

□□□□D

□□□□

□□ OP_i+OP_j □□□□□□□□□□□□□□□□ M □□□□ O □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□ OP_i+OP_j □□□□□□□□

OP_1+OP_2□OP_1+OP_3□OP_1+OP_4□OP_1+OP_5□OP_1+OP_6□OP_1+OP_7□OP_1+OP_8□

OP_2+OP_3□OP_2+OP_4□OP_2+OP_5□OP_2+OP_6□OP_2+OP_7□OP_2+OP_8□

OP_3+OP_4□OP_3+OP_5□OP_3+OP_6□OP_3+OP_7□OP_3+OP_8□

学科网 www.zxxk.com JP.ZXXK.COM
学科网原创，让学习更容易！
学科网精品频道全力推荐

$OP_4+OP_5□OP_4+OP_6□OP_4+OP_7□OP_4+OP_8□OP_5+OP_6□OP_5+OP_7□OP_5+OP_8□$

$OP_6+OP_7□OP_6+OP_8□OP_7+OP_8$，共有 28 种；

点 M（异于点 O）落在坐标轴上的结果有：$OP_2+OP_3□OP_4+OP_5□OP_6+OP_7□OP_1+OP_8$，

$OP_1+OP_4□OP_3+OP_6□OP_5+OP_8□OP_2+OP_7$，共有 8 种；

所以点 M（异于点 O）落在坐标轴上的概率为 $p=\frac{8}{28}=\frac{2}{7}$.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查古典概率的求解，求出所有基本事件及符合题意的基本事件是解题关键，侧重考查数学建模的核心素养.

17．（**2021**·北京市玉渊潭中学高三月考）已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+ax, x\le 1\\ ax-1, x>1\end{cases}$，若 $\exists x_1$、$x_2\in\mathrm{R}$，$x_1\ne x_2$，使得 $f(x_1)=f(x_2)$ 成立，则 a 的取值范围是.

A．$a>2$　　**B**．$a<2$　　**C**．$-2<a<2$　　**D**．$a<-2$ 或 $a>2$

【答案】B

【分析】

对 a 的范围分类讨论，当 $a<2$ 时，函数 $f(x)$ 在 $\left(-\infty,\frac{a}{2}\right)$ 上递增，在 $\left(\frac{a}{2},1\right)$ 上递减，即可判断：$\exists x_1$、$x_2\in\mathrm{R}$，$x_1\ne x_2$，使得 $f(x_1)=f(x_2)$ 成立.

当 $a\ge 2$ 时，函数 $f(x)$ 在 R 上单调递增，即可判断：一定不存在 x_1、$x_2\in\mathrm{R}$，$x_1\ne x_2$，使得 $f(x_1)=f(x_2)$ 成立，问题得解.

【详解】

当 $a<2$ 时，$\frac{a}{2}<1$，函数 $f(x)$ 在 $\left(-\infty,\frac{a}{2}\right)$ 上递增，在 $\left(\frac{a}{2},1\right)$ 上递减，

则：$\exists x_1$、$x_2\in\mathrm{R}$，$x_1\ne x_2$，使得 $f(x_1)=f(x_2)$ 成立.

当 $a\ge 2$ 时，$\frac{a}{2}\ge 1$，函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 上递增，在 $(1,+\infty)$ 也递增，

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

□ $-1^2+a\times1=a\times1-1$ □

□□□□ $f(x)$ □ R □□□□□

□□□□□□ x_1 □ $x_2\in R$ □ $x_1\neq x_2$ □□□ $f(x_1)=f(x_2)$ □□.

□□ B

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

18□□2021·□□□□·□□□□□ $f(x)=3\sin2x+10\cos^2(x+15^\circ)$ □□□□　□

A□ $[-\sqrt{19},\sqrt{19}]$　　**B□** $[5-\sqrt{19},5+\sqrt{19}]$　　**C□** $[-\sqrt{34},\sqrt{34}]$　　**D□** $[5-\sqrt{34},5+\sqrt{34}]$

□□□□B

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□.

□□□□

∵□□ $f(x)=3\sin2x+10\cos^2(x+15^\circ)$

∴ $f(x)=3\sin2x+10\times\frac{1+\cos(2x+30^\circ)}{2}=\frac{1}{2}\sin2x+\frac{5\sqrt{3}}{2}\cos2x+5=\sqrt{19}\sin(2x+\varphi)+5$ □□□ $\tan\varphi=5\sqrt{3}$.

∵ $-1\le\sin(2x+\varphi)\le1$

∴□□ $f(x)=3\sin2x+10\cos^2(x+15^\circ)$ □□□□ $\left[5-\sqrt{19},5+\sqrt{19}\right]$.

□□□B.

19□□2021·□□□□·□□□□□□□ $f(x)=\log_2x$ □□□ $g(x)$ □□□□□□□□①□□□ R □②□□□ $x\in \mathbf{R}$ □□ $g(x+\pi)=2g(x)$ □③□ $x\in[0,\pi]$ □□ $g(x)=\sin x$ □□□□ $y=f(x)-g(x)$ □□□ $[0,4\pi]$ □□□□□□□　□

A□ 5　　**B□** 6　　**C□** 7　　**D□** 8

□□□□A

□□□□

因为函数$f(x)=\log_2 x$的定义域为$(0,+\infty)$，所以$y=f(x)-g(x)$在$(-\infty,0]$无零点；作出函数$f(x)$，$g(x)$在$(0,4\pi]$的图象，即可判断在$(0,4\pi]$上的零点个数．

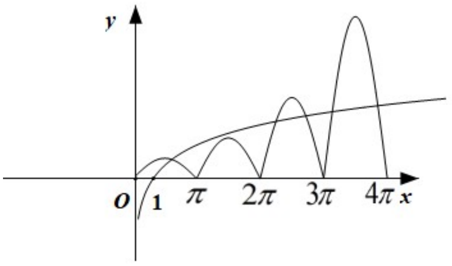
【详解】

因为函数$f(x)=\log_2 x$的定义域为$(0,+\infty)$．

所以$y=f(x)-g(x)$在$(-\infty,0]$无零点；

∵$g(x+\pi)=2g(x)$，故将$y=g(x), x\in[0,\pi]$的图象向右平移π个单位后，图象纵向伸长为原来的两倍，

∴在平面直角坐标系，$f(x)$的图象以及$g(x)$在$[0,4\pi]$上如图所示：



又$\log_2\frac{3\pi}{2}>2, \log_2\frac{5\pi}{2}<4, \log_2\frac{7\pi}{2}<8$，故$f(x)$，$g(x)$在$(0,4\pi]$上的图象共有5个不同交点，

故选：A．

【点睛】

函数零点的求解与判断方法：

（1）直接求零点：令$f(x)=0$，如果能求出解，则有几个解就有几个零点．

（2）零点存在性定理：利用定理不仅要函数在区间$[a, b]$上是连续不断的曲线，且$f(a)\cdot f(b)<0$，还必须结合函数的图象与性质(如单调性、奇偶性)才能确定函数有多少个零点．

（3）利用图象交点的个数：将函数变形为两个函数的差，画两个函数的图象，看其交点的横坐标有几个不同的值，就有几个不同的零点．

二、多选题

20．（**2021**·江苏省前黄高级中学高三开学考试）已知$\alpha,\beta\in(0,\frac{\pi}{2})$，$2\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\sin\beta$，则（　　）

A．$\tan\alpha\tan\beta$的最小值为16

B．$\tan\alpha+\tan\beta$ 的最大值为 8

C．$\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}+\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$ 的最小值为 $\sqrt{2}-1$

D．$-\frac{8}{15}\le\tan(\alpha+\beta)<-\frac{1}{2}$

【答案】ACD

【分析】

由已知条件可得 $\tan\alpha\tan\beta=2(\tan\alpha+\tan\beta)$，应用基本不等式及 α,β 的范围即可判断 A、B 的正误，由题设有 $\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}+\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}=\frac{1}{\tan\alpha\tan\beta}+\frac{\tan\alpha\tan\beta}{2}-1$，$\tan(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}(\frac{1}{1-\tan\alpha\tan\beta}-1)$，再由基本不等式、$\tan\alpha\tan\beta$ 的范围求目标式的最小值、范围，注意等号成立条件．

【详解】

$2\sin(\alpha+\beta)=2\sin\alpha\cos\beta+2\cos\alpha\sin\beta=\sin\alpha\sin\beta$，且 $\alpha,\beta\in(0,\frac{\pi}{2})$，

$\therefore\tan\alpha\tan\beta=2(\tan\alpha+\tan\beta)\ge4\sqrt{\tan\alpha\tan\beta}$，可得 $\sqrt{\tan\alpha\tan\beta}\ge4$，

$\therefore\tan\alpha\tan\beta\ge16$，当且仅当 $\tan\alpha=\tan\beta=4$ 时等号成立，

又 $\tan\alpha\tan\beta=2(\tan\alpha+\tan\beta)\le\frac{(\tan\alpha+\tan\beta)^2}{4}$，可得 $\tan\alpha+\tan\beta\ge8$，当且仅当 $\tan\alpha=\tan\beta=4$ 时等号成立，

$\tan\alpha+\tan\beta$ 最小值为 8 而无最大值，

∴A 正确，B 错误；

$\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}+\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}=\frac{1}{\tan\alpha\tan\beta}-1+\tan\alpha+\tan\beta=\frac{1}{\tan\alpha\tan\beta}+\frac{\tan\alpha\tan\beta}{2}-1\ge2\sqrt{\frac{1}{\tan\alpha\tan\beta}\cdot\frac{\tan\alpha\tan\beta}{2}}-1=\sqrt{2}-1$，

当且仅当 $\tan\alpha\tan\beta=\sqrt{2}$ 时等号成立，故 C 正确；

$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{1}{2}(\frac{1}{1-\tan\alpha\tan\beta}-1)$，而 $\tan\alpha\tan\beta\ge16$，

$\therefore\tan(\alpha+\beta)\in[-\frac{8}{15},-\frac{1}{2})$，故 D 正确．

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

□□□ACD

21□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}|\lg x|, x>0\\ x+1, x\le 0\end{cases}$ □□□□ $g(x)=f[2f(x)]+a$ □7□□□□□□□ a □□□□□

□□ □

A□0 **B**□$-\frac{1}{4}$ **C**□$-\frac{1}{3}$ **D**□$-\frac{1}{5}$

□□□□BD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ a □□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $g(x)$ □7□□□□ a □□□.

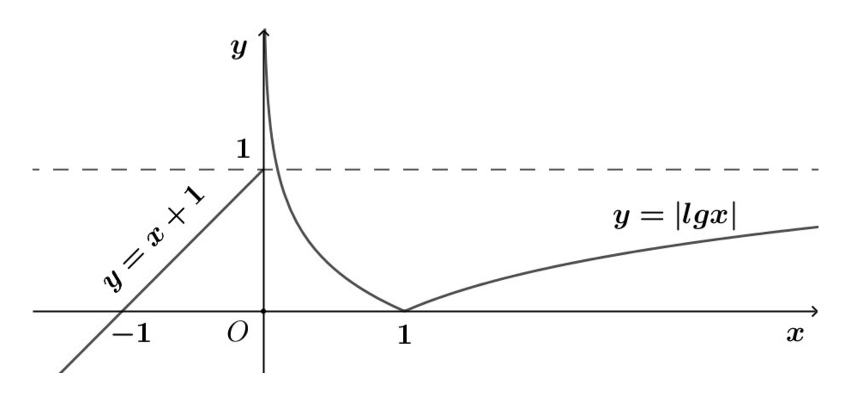
□□□□

□$x\le 0$□$f(x)$□□□□□□□□$(-\infty,1]$□

□$0<x\le 1$□$f(x)$□□□□□□□□$[0,+\infty)$□

□$x>1$□$f(x)$□□□□□□□□$(0,+\infty)$□

□$f(x)$□□□□□□



□□□□$g(x)=f[2f(x)]+a$□7□□□□□$f[2f(x)]=-a$□7□□□□□

□$-a<0$□□$2f(x)<-1$□□$f(x)<-\frac{1}{2}$□□□$g(x)$□1□□□□

□$-a=0$□□$2f(x)=\pm 1$□□$f(x)=\pm\frac{1}{2}$□

$\therefore f(x)=-\frac{1}{2}$□1□□□□$f(x)=\frac{1}{2}$□3□□□□□□$g(x)$□□4□□□□

□$0<-a\le\lg2$□□$-1<2f(x)\le\lg2-1$□$\frac{1}{2}\le 2f(x)<1$□$1<2f(x)\le2$□

$\therefore -\frac{1}{2}< f(x)\le\frac{\lg2-1}{2}<0$□1 □□□□$\frac{1}{4}\le f(x)<\frac{1}{2}$□3 □□□□$\frac{1}{2}< f(x)\le1$□3 □□□□□□$g(x)$□□7 □□□□

□$\lg2<-a\le1$□□$\lg2-1<2f(x)\le0$□$0<2f(x)<\frac{1}{2}$□$2<2f(x)\le10$□

$\therefore\frac{\lg2-1}{2}<f(x)\le0$□1 □□□□$0<f(x)<\frac{1}{4}$□3 □□□□$1<f(x)\le5$□2 □□□□□□$g(x)$□□6 □□□□

□$-a>1$□□$0<2f(x)<\frac{1}{10}$□$2f(x)>10$□

$\therefore 0<f(x)<\frac{1}{20}$□3 □□□□$f(x)>5$□2 □□□□□□$g(x)$□□5 □□□□

□□□□□$g(x)$□7 □□□□□□$-\lg2\le a<0$□($\lg2\approx0.30103$)

□□□BD

□□□□

□□$f(x)$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

22□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□$\triangle ABC$□□□A□B□C□□□□□□□a□b□c□□□$(b+c):(c+a):(a+b)=4:5:6$□

□□□□□□□□□□（　）

A□$\sin A:\sin B:\sin C=7:5:3$

B□$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}>0$

C□□$c=6$□□$\triangle ABC$□□□□**15**

D□□$b+c=8$□□$\triangle ABC$□□□□□□$\frac{7\sqrt{3}}{3}$

□□□□ABD

□□□□

□□□□□□□□$b+c=4k,c+a=5k,a+b=6k$□□□□□$a=3.5k,b=2.5,c=1.5k$□□□□□□□□□□□□□A□□□□□□□□□□□□□

□□□□B□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□C□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□D.

□□□□

□□□□□$b+c=4k,c+a=5k,a+b=6k$□

□□$a=3.5k,b=2.5k,c=1.5k$□

□□□□□□□ $sinA:sinB:sinC=a:b:c=7:5:3$□□□ A □□□

$AB\cdot AC=bc\cos A=bc\times\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b^2+c^2-a^2}{2}=\frac{2.5^2+1.5^2-3.5^2}{2}k^2=-\frac{15}{8}k^2<0$□

□ $CA\cdot AB=-AC\cdot AB>0$,□□ B □□□

□ $c=6$ □□ $k=4$ □□□ $a=14,b=10$ □□□ $\cos A=\frac{10^2+6^2-14^2}{2\times10\times6}=-\frac{1}{2}$□

□□ $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ □□ $\triangle ABC$ □□□□□ $\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times6\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=15\sqrt{3}$ □□□□ C □□□□

□ $b+c=8$ □□ $k=2$ □□□ $a=7,b=5,c=3$ □□□ $\cos A=\frac{5^2+3^2-7^2}{2\times5\times3}=-\frac{1}{2}$□

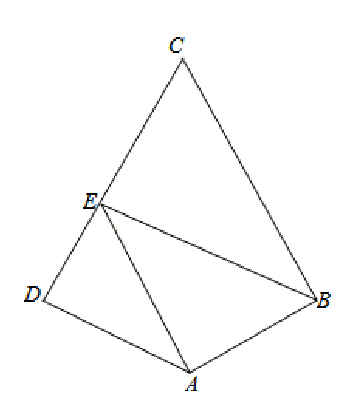
□□ $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ □□□□□□□□□□ $\triangle ABC$ □□□□□□□□ $\frac{1}{2}\times\frac{a}{\sin A}=\frac{7\sqrt{3}}{3}$ □

□□□ D □□.

□□□ABD

23．□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD$ □□ $AB\perp BC$ □ $AD\perp CD$ □ $\angle BAD=\frac{2\pi}{3}$ □ $AB=AD=1$ □□□

E □□□ CD □□□□□□□□□□□□ $EA\cdot EB$ □□□□□□□ □



A□4 **B□$\frac{9}{4}$** **C□3** **D□$\frac{21}{16}$**

□□□□BCD

□□□□

□□□□□□□ $BC=DC=\sqrt{3}$ □□ $DE=x$ □□ $CE=\sqrt{3}-x(0\le x\le\sqrt{3})$ □□ $EA\cdot EB=(ED+DA)\cdot(EC+CB)$ □□□□□□□□□

□□□□□□□

□□□□

$EA\cdot EB=(ED+DA)\cdot(EC+CB)$

$=ED\cdot EC+ED\cdot CB+DA\cdot EC+DA\cdot CB$，

□□ $AB\perp BC$□ $AD\perp CD$□ $\angle BAD=120^\circ$ □

□□ $\angle BCD=60^\circ$ □

□□ AC□□□ $AB=AD=1$□

□□ $Rt\triangle ADC\cong Rt\triangle ABC$□□□ $\angle ACB=\angle ACD=30^\circ$ □

□□ $AC=2$ □□ $BC=DC=\sqrt{3}$ □

□ $DE=x$ □□ $CE=\sqrt{3}-x(0\le x\le\sqrt{3})$ □

□□ CB□DA□□□ O□□ $\angle AOB=30$ □□ $\langle DA,CB\rangle=30$ □

$DA\cdot CB=1\times\sqrt{3}\times\cos 30^\circ=\dfrac{3}{2}$□ $DA\cdot EC=0$□ $\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{CB}=x\cdot\sqrt{3}\times\cos 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$ □

$ED\cdot EC=x\left(\sqrt{3}-x\right)\times(-1)=x^2-\sqrt{3}x$□

□□ $\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB}=\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}x+x^2-\sqrt{3}x=x^2-\dfrac{\sqrt{3}}{2}x+\dfrac{3}{2}=\left(x-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)^2+\dfrac{21}{16}$□

□□ $0\le x\le\sqrt{3}$ □□□ $\dfrac{21}{16}\le EA\cdot EB\le 3$□

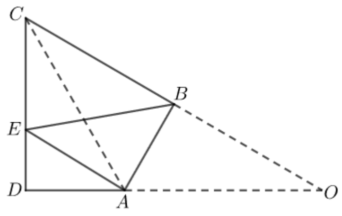
□□ A□ $4\notin\left[\dfrac{21}{16},3\right]$ □□□ A □□□

□□ B□ $\dfrac{9}{4}\in\left[\dfrac{21}{16},3\right]$ □□□ B □□□

□□ C□ $3\in\left[\dfrac{21}{16},3\right]$ □□□ C □□□

对于 D，$\frac{21}{16}\in\left[\frac{21}{16},3\right]$，所以 D 正确，

故选：BCD



24．（**2021**·济南·山东省实验中学高三月考）（多选）已知 $y=f(x+2)$ 为奇函数，且 $f(3+x)=f(3-x)$，当 $x\in[0,1]$ 时，

$f(x)=2^x+\log_4(x+1)-1$，则（　　）

A．$f(x)$ 的图象关于 $(-2,0)$ 对称

B．$f(x)$ 的图象关于 $(2,0)$ 对称

C．$f(2021)=3+\log_4 3$

D．$f(2021)=\frac{3}{2}$

【答案】ABD

【分析】

$f(2+x)=-f(2-x)$，所以 $f(x)$ 的图象关于 $(2,0)$ 对称．故选项 B 正确；

$f(x)$ 周期为 4，所以 $f(x)$ 的图象关于 $(-2,0)$ 对称，故选项 A 正确；

$f(2021)=\frac{3}{2}$，故选项 D 正确，选项 C 不正确．

【详解】

因为 $f(x+2)$ 为奇函数，所以 $f(-x+2)=-f(x+2)$

即 $f(2+x)=-f(2-x)$，所以 $f(x)$ 的图象关于 $(2,0)$ 对称．

□□□ B □□□

□ $f(2+x)=-f(2-x)$ □□ $f(4+x)=-f(-x)$ □

□ $f(3+x)=f(3-x)$ □□ $f(-x)=f(6+x)$ □

□□ $-f(4+x)=f(6+x)$ □□□ $f(x+2)=-f(x)$ □

□□ $f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$ □□□ $f(x)$ □□□4□

□□ $f(x)$ □□□□□ $(-2,0)$ □□□□□□A□□□

$f(2021)=(4\times505+1)=f(1)=2+\log_4 2-1=\frac{3}{2}$.□□□D□□□□□C□□□.

□□: ABD□

25□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^{2x}-8e^x+6x$ □□□□ $y=f(x)$ □□ $P(x_0,f(x_0))$ □□□□□□□□□□□□□□□

□ P □□□□□□□□□□ x_0 □□（　　）

A□$-\ln2$ **B**□$\ln2$ **C**□$\ln4$ **D**□$\ln5$

□□□□BCD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□.

□□□□

A □□□□□□ $P\left(-\ln2,-\frac{15}{4}-6\ln2\right)$ □□□□□□□ $f'(-\ln2)=2e^{2\ln2}-8e^{\ln2}+6=\frac{5}{2}$

□□□□□□ $y_1=\frac{5}{2}x-\frac{7}{2}\ln2-\frac{15}{4}$

□ $g(x)=f(x)-y_1$ □□□ $g(-\ln2)=0$

□ $g(0)=\frac{7}{2}\ln2-\frac{13}{4}<0$ □ $g(1)=e^2-8e+6-\frac{5}{2}+\frac{7}{2}\ln2+\frac{15}{4}>0$

□ $g(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□A□□

B □□□□□ $P(\ln 2, 6\ln 2-12)$ □□□□□□ $f'(\ln 2)=2e^{2\ln 2}-8e^{\ln 2}+6=-2$

□□□□□ $y_2=-2x+6\ln 2-12$

□ $g(x)=f(x)-y_2$ □□□ $g(\ln 2)=0$

$g(x)=2e^{2x}-8e^x+6+2, g'(x)=4e^x(e^x-2)$

$g(x)$ □ $(-\infty,\ln 2)$ □□□□ $(\ln 2,+\infty)$ □□□□

□□ $g(x)\geq g(\ln 2)=0$ □□□□

□ $g(x)$ □□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□ 1 □□□□ B □□□

C □□□□□ $P(\ln 4, 6\ln 4-16)$ □□□□□□ $f'(\ln 4)=2e^{2\ln 4}-8e^{\ln 4}+6=6$

□□□□□ $y_3=6x-16$

□ $g(x)=f(x)-y_3$ □□□ $g(\ln 4)=0$

$g(x)=2e^{2x}-8e^x=2e^x(e^x-4)$ □ $g(\ln 4)=0$ □ $g(x)$ □ $(-\infty,\ln 4)$ □□□□ $(\ln 4,+\infty)$ □□□□□ $g(x)\geq g(\ln 4)=0$ □

□□□ $g(x)$ □□□□□□□ $f(x)$ □□□□ 1 □□□□ C □□

D □□□□□ $P(\ln 5, 6\ln 5-15)$ □□□□□□ $f'(\ln 5)=2e^{2\ln 5}-8e^{\ln 5}+6=16$

□□□□□ $y_4=16x-15-10\ln 5$

□ $g(x)=f(x)-y_4$ □□□ $g(\ln 5)=0$

$g(x)=2e^{2x}-8e^x+6-16$ □

$g(\ln 5)=0$ □ $g(x)$ □ $(-\infty,\ln 5)$ □□ 0□□ $(\ln 5,+\infty)$ □□ 0□

□□ $g(x)\geq g(\ln 5)=0$ □□□□□ $g(x)$ □□□□□□□ $f(x)$ □□□□1□□□□D□□.

□□□BCD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□.

26□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□ $g(x)=4\cos x\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ □□□□□□□□□□□□　□

A□□□ $g(x)$ □□□□□□□ π

B□□□ $g(x)$ □ $\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{12}\right]$ □□□□□

C□□□ $g(x)$ □□□□□□□ $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ **2** □□□

D□ $\left(\frac{7\pi}{12},1\right)$ □□□ $g(x)$ □□□□□□□□

□□□□ABD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□ $g(x)=4\cos x\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ □

□□ $g(x)=4\cos x\left(\frac{1}{2}\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right)=1+\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x$ □

□□ $g(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1$ □

A□ $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$ □□□□□

B□□□ $x\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{12}\right]$ □□□ $\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ □

□ $y=\cos x$ □ $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ □□□□□□□ $g(x)$ □ $\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{12}\right]$ □□□□□□□□□□□

C□□□ $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 2 □□

□□□□ $y=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+2$ □□□ $g(x)$ □□□□□

D□□ $2x+\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$ □□□ $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12},k\in Z$ □

□ $k=1$ □□ $x=\frac{7\pi}{12}$ □□□ $\left(\frac{7\pi}{12},1\right)$ □□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□

□□□ABD.

27□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq0)$ □□□□□□□□□□□□□□

$(x_0,f(x_0))$ □□□ x_0 □ $f''(x)=0$ □□□ $f'(x)$ □ $f(x)$ □□□□ $f'(x)$ □ $f''(x)$ □□□.□□□ $f(x)=x^3+ax^2+x+b$ □□□□□□□

$(-1,2)$ □□□□□ $e^x-mx^e(\ln x+1)\geq\left[f(x)-x^3-3x^2+e\right]x^e$ □□□ $x\in(1,+\infty)$ □□□□□□ （ ）

A□ $a=3$　　**B**□ $b=1$　　**C**□ m □□□□□ $-e$　　**D**□ m □□□□□ $-\frac{1}{e}$

□□□□ABC

□□□□

□□□ $f''(x)=6x+2a$ □□□□□□ $f''(-1)=-6+2a=0$ □ $f(-1)=-1+a-1+b=2$ □□ $a=3,b=1$ □□

$f(x)=x^3+3x^2+x+1$.□□□□□□□□ $m<\frac{x^ee^x-(x+1+e)}{\ln x+1}$ □□□ $e^x>x+1$ □□ $x^ee^x=e^{e\ln x+x}\geq x-e\ln x+1$ □□□□

$\frac{x^ee^x-(x+1+e)}{\ln x+1}\geq\frac{-e\ln x-e}{\ln x+1}=-e$ □□ $m\leq-e$ □□□□ ABC □□□□.

□□□□

□□□□□ $f(-1)=-1+a-1+b=2$ □

□□ $f'(x)=3x^2+2ax+1$ □□□ $f''(x)=6x+2a$ □

□□ $f''(-1)=-6+2a=0$ □

□□ $a=3,b=1$ □□ $f(x)=x^3+3x^2+x+1$.

□□ $x>1$ □□□ $e^x-mx^e(\ln x+1)\geq[f(x)-x^3-3x^2+e]x^e$ □□□ $m\leq\dfrac{x^e e^x-(x+1+e)}{\ln x+1}$.

□ $g(x)=e^x-x-1(x>0)$ □□ $g'(x)=e^x-1>0$ □

□□ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□.

□□ $g(0)=0$ □□□ $g(x)>0$ □□ $e^x>x+1$ □

□ $x^e e^x=e^{\ln x^e+x}\geq x-e\ln x+1$ □□□□□ $x=e$ □□□□□□□□

□□ $\dfrac{x^e e^x-(x+1+e)}{\ln x+1}\geq\dfrac{-e\ln x-e}{\ln x+1}=-e$ □□ $m\leq-e$.

□□□ABC.

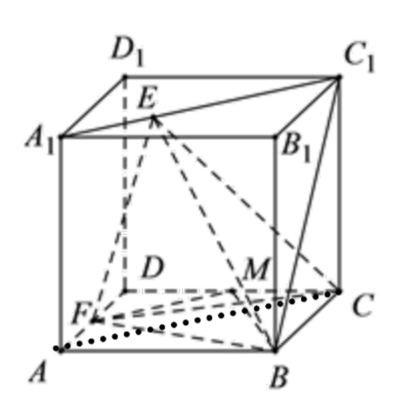
□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=x^3+3x^2+x+1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $m\leq\dfrac{x^e e^x-(x+1+e)}{\ln x+1}$ □□□□□□□□□ $e^x>x+1$ □

$x^e e^x=e^{\ln x^e+x}\geq x-e\ln x+1$ □□□□ $m\leq-e$.□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

28□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ **□□□□1□□□ E □□□** AC_1 **□□F□M□□□ AD□CD □□□□□**

□□□□□□□□ （ ）



A□ $FM//A_1C_1$　　　　　　　　　　B□ $BM\perp$ □□ CC_1F

C□□□□ E□□□□□ □□ $BEF//$ CC_1D_1D D□□□□ □□ $B-CEF$

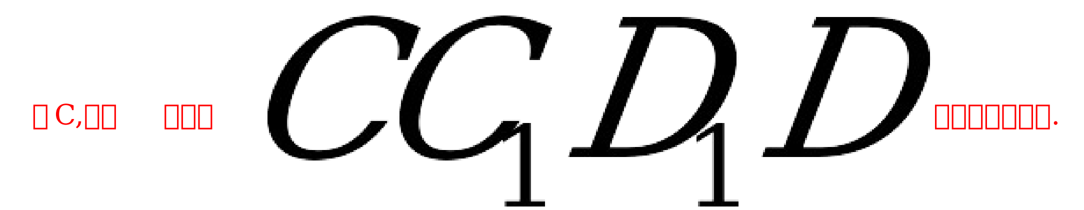
□□□□

□□□□ABD

□□□□

□A,□□□□□□□□□□□□□.

□B,□□□□□□□□□□ $BM\perp CF$ □□□ $BM\perp$ □□ CC_1F □□.

□C,□□ □□□ □□□□□□□.

BF

□D,□□□□□ $B-CEF$ □ BCF □□,□□□□□□,□□□□□□□□□.

□□□□

□A□,□□ F,M □□□ AD,CD □□□,□□ $FM//AC//A_1C_1$,□A□□;

□B□,□□ $\tan\angle BMC=\frac{BC}{CM}=2$, $\tan\angle CFD=\frac{CD}{FD}=2$,□ $\angle BMC=\angle CFD$,

□ $\angle BMC+\angle DCF=\angle CFD+\angle DCF=\frac{\pi}{2}$.□ $BM\perp CF$,□□ $BM\perp C_1C$,

□□ $BM\perp$ □□ CC_1F ,□B□□□

□C□, □□□ CC_1D_1D □□□,□□□□□□ ,□□□□ □□ BF E $BEF//$

,□C□□.

□D□,□□□ $B-CEF$ □□ BCF □□,□□□□□,□□□□□ $B-CEF$ □□□□□□,□D□□.

□□□ABD.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□,□□□□□□□□□□□□□□.□□□□□.

29□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□ $f(x)=e^x-e^{-x}$ □ $g(x)=e^x+e^{-x}$ □□□□□□□□□□□ □

A□□□□ x_1□$x_2\in\mathbf{R}$□$x_1\neq x_2$□□□ $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$

B□□□□ x_1□$x_2\in\mathbf{R}$□$x_1\neq x_2$□□□ $\frac{g(x_1)-g(x_2)}{x_1-x_2}<0$

C□ $f(x)$ □□□□□□□□□

D□ $g(x)$ □□□□□□□□□

□□□□ABC

□□□□

□□ $f(x)=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}$ □ $g(x)=\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}$ □□□□□□□□□□.

□□□□

□A, $f(x)=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}$ □ $y=\mathrm{e}^x$ □□□□, $y=\mathrm{e}^{-x}$ □□□□.□ $f(x)=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}$ □□□□.□□□□ x_1, $x_2\in\mathbf{R}$ □ $x_1\neq x_2$,□□

$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$.□A□□.

□B,□□□□ $g(1)=\mathrm{e}^1+\mathrm{e}^{-1}$, $g(-1)=\mathrm{e}^{-1}+\mathrm{e}^1=g(1)$.□ $\frac{g(x_1)-g(x_2)}{x_1-x_2}<0$ □□□.□B□□.

□C, □□□ $f(x)=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}$ □□□□,□□ $x\to-\infty$ □ $f(x)\to-\infty$,

□ $x\to+\infty$ □ $f(x)\to+\infty$.□ $f(x)$ □□□□,□□□□.□C□□.

□D, $g(x)=\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}\geq 2\sqrt{\mathrm{e}^x\cdot\mathrm{e}^{-x}}=2$,□□□□ $\mathrm{e}^x=\mathrm{e}^{-x}$ □ $x=0$ □□□□□. □ $x\to+\infty$ □ $g(x)\to+\infty$.□ $g(x)$ □□□□,□□□□.

□□□ABC

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□,□□□□□□□□□□□□□□□□.□□□□□.

□□□□□

30□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{2}{4^x+1}+2\sin x-3x$ □□ $f(2)+f(-2)=$________□□□ x □□□□ $f(x)+f(2x^2-3)\geq 2$ □□□□__________□

□□□□2 $\left[-\frac{3}{2},1\right]$

□□□□

□□□□□□□□ $f(2)+f(-2)$ □□□□□ $f(x)$ □□ $(0,1)$ □□□□□□□□□□□□□□ $f(2x^2-3)\geq f(-x)$ □□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□

性列不等式求解集.

【详解】

$f(2)+f(-2)=\frac{2}{17}+2\sin 2-6+\frac{32}{17}-2\sin 2+6=2$,

由 $f(x)+f(-x)=\frac{2}{4^x+1}+2\sin x-3x+\frac{2}{4^{-x}+1}-2\sin x+3x=\frac{2}{4^x+1}+\frac{2}{4^{-x}+1}=\frac{2(4^x+1)}{4^x+1}=2$,

∴ $f(x)$ 关于 $(0,1)$ 对称，故 $f(x)=2-f(-x)$,

∴ $f(x)+f(2x^2-3)=2-f(-x)+f(2x^2-3)\ge 2$，即 $f(2x^2-3)\ge f(-x)$,

又 $f'(x)=-\frac{4^{x+1}\ln 2}{(4^x+1)^2}+2\cos x-3<0$，故 $f(x)$ 单调递减，

∴ $2x^2-3\le -x$，即 $2x^2+x-3=(2x+3)(x-1)\le 0$，解得 $-\frac{3}{2}\le x\le 1$.

∴不等式解集为 $\left[-\frac{3}{2},1\right]$.

故答案为：2；$\left[-\frac{3}{2},1\right]$.

31．(**2021**·北京市玉渊潭中学高三月考) 已知 $\lambda\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\begin{cases}x-4, x\ge\lambda\\ x^2-4x+3, x<\lambda\end{cases}$，当 $\lambda=2$ 时，不等式 $f(x)<0$ 的解集是____________. 若函数 $f(x)$ 恰有 2 个零点，则 λ 的取值范围是____________.

【答案】$(1,4)$　$(1,3]\cup(4,+\infty)$

【详解】

分析：根据分段函数，转化为两个不等式组，分别求解，最后求并集.先讨论一次函数零点的取法，再对应确定二次函数零点的取法，即得参数的取值范围.

详解：由题意得 $\begin{cases}x\ge 2\\ x-4<0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<2\\ x^2-4x+3<0\end{cases}$，所以 $2\le x<4$ 或 $1<x<2$，即 $1<x<4$，不等式 $f(x)<0$ 的解集是 $(1,4)$,

当 $\lambda>4$ 时，$f(x)=x-4>0$，此时 $f(x)=x^2-4x+3=0, x=1,3$，即在 $(-\infty,\lambda)$ 上有两个零点；当 $\lambda\le 4$ 时，

$f(x)=x-4=0, x=4$□□ $f(x)=x^2-4x+3$ □ $(-\infty,\lambda)$ □□□□□□□□□ $1<\lambda\le 3$.□□□ λ □□□□□□ $[1,3]\cup(4,+\infty)$.

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

(1)□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

(2)□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

(3)□□□

□□□□□

32□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{e^x}{x}-mx$□ e □□□□□□□□□□□ $f(x)<0$□ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ m□□□□□

□______.

□□□□ $\left(\frac{e^2}{4},+\infty\right)$

□□□□

□□□□□□□ $x\in(0,+\infty)$□□□ $\frac{e^x}{x}-mx<0$□□ $m>\frac{e^x}{x^2}$□□ $g(x)=\frac{e^x}{x^2}$□ $x\in(0,+\infty)$□□□□□□ $g(x)$□ $(0,+\infty)$□□□□□□□ $g(x)$

□□□□□□□ $g(x)$ □ $(0,2)$ □□□□□□□ $(2,+\infty)$ □□□□□□□□ $g(x)_{\min}=g(2)$ □□□□□

□□□□

□□□□ $f(x)<0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□□□□ $x\in(0,+\infty)$□□□ $\frac{e^x}{x}-mx<0$□□ $m>\frac{e^x}{x^2}$□

□ $g(x)=\frac{e^x}{x^2}$□ $x\in(0,+\infty)$□□□□□□ $g(x)$□ $(0,+\infty)$□□□□□□

$g'(x)=\frac{e^x(x-2)}{x^3}$□

□ $0<x<2$□□ $g'(x)<0$□□ $g(x)$□ $(0,2)$□□□□□□

□ $x>2$□□ $g'(x)>0$□□ $g(x)$□ $(2,+\infty)$□□□□□□

□□ $g(x)_{\min}=g(2)=\frac{e^2}{4}$□

□□ $m>\frac{e^2}{4}$ □

□□□□□ $\left(\frac{e^2}{4},+\infty\right)$

□□□□

□□□

33．□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□ $P-ABC$ □□□□□ O □□□□□ $AB=2\sqrt{6}$ □ $BC=1$ □ $AC=5$ □□□ PAB □□ P □□□

□□□□□□□□□□□□ $PAB\perp$ □□ ABC □□□ O □□□□□________________□

□□□□ 25π

□□□□

□□□□□□ AB□AC □□□ O_1□ O_2 □□□ $AB\perp BC$ □ $PA\perp PB$ □□ O_1□ O_2 □□□□□ PAB□□□ ABC □□□□□□□□□□□□ $PAB\perp$

□□ ABC □□ O_2 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□ AB□AC □□□ O_1□ O_2 □

□□ $AB=2\sqrt{6}$□ $BC=1$□ $AC=5$ □

□□ $AB\perp BC$ □□ $PA\perp PB$ □

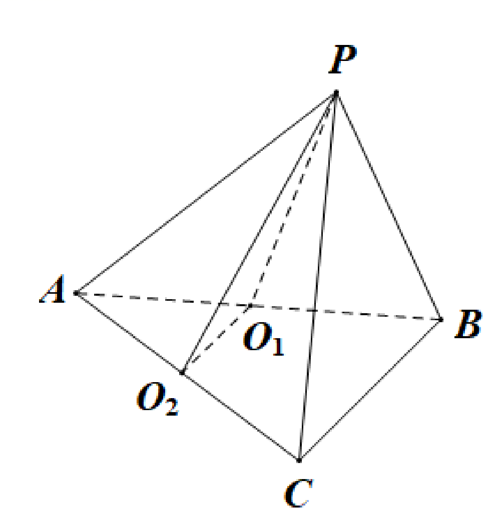
□□ O_1□ O_2 □□□□□ PAB□□□ ABC □□□□□□□

□□□ $PAB\perp$ □□ ABC□ $O_1O_2\,//\,BC$ □

□□ $O_1O_2\perp$ □□ ABC□□ O_2 □□□□□□□□□□ $R=\frac{5}{2}$ □

□□□□□□□□□ $S=4\pi R^2=25\pi$.

□□□□□ 25π



34□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□ l □□□□ $C:y^2=x$ □□A□ B □□.□□□ AB □□□□□□ $y=1$ □□□ $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=2$ □ O □

□□□□□□□ $\triangle AOB$ □□□□____________________□

□□□□ $2\sqrt{3}$

□□□□

□□□□□□ $k_{AB}=\frac{1}{2}$ □□□□□□□ $x=2y+m$ □□□□□□□□□□ $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=2$ □□ m □□□□□□ $(2,0)$ □□□ $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times2\times|y_1-y_2|$ □

□□□□□□□□□.

□□□□

□ $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ □ $P(x_0,y_0)$ □ AB □□□□□□ $\begin{cases}y_1^2=x_1\\y_2^2=x_2\end{cases}$ □□□□□□ $y_1^2-y_2^2=x_1-x_2$ □□ $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\cdot(y_1+y_2)=1$ □□

$y_1+y_2=2\times y_0=2$ □□ $k_{AB}=\frac{1}{2}$ □□□ AB □□□□□ $x=2y+m$ □□□ $\begin{cases}y^2=x\\x=2y+m\end{cases}$ □□ $y^2-2y-m=0$ □ $y_1\cdot y_2=-m$ □

□ $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=2$ □□ $x_1x_2+y_1y_2=(y_1y_2)^2+y_1y_2=2$ □□□ $y_1y_2=-2$ □ 1□

□□ y_1,y_2 □□□□ $y_1y_2=-2$ □□ $m=2$ □□□□□ $x=2y+2$ □□□□□ $(2,0)$ □

$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times2\times|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{4+8}=2\sqrt{3}$ □

□□□□□ $2\sqrt{3}$

35．□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ a,b □□ $a=e^{2024-a}$ □ $2021+\ln b=e^{3-\ln b}$ □□ $ab=$ ______ □

□□□□ e^3

□□□□

□□□□□□“□□”□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□ a,b □□□. □ $a=e^{2024-a}$ □□□□□□□□ $\ln a=\ln e^{2024-a}=2024-a$ □□ $a-(3-\ln a)=2021$ □□ $2021+\ln b=e^{3-\ln b}$ □□

$e^{3-\ln b}-\ln b=2021$ □□□ $a=e^{\ln a}$ □□□ $\begin{cases} e^{3-(3-\ln a)}-(3-\ln a)=2021 \\ e^{3-\ln b}-\ln b=2021 \end{cases}$ □□ $h(x)=e^{3-x}-x$ □ $h'(x)=-e^{3-x}-1<0$ □□ $h(x)$ □ R □□□□

□ $h(3-\ln a)=h(\ln b)\Rightarrow 3-\ln a=\ln b$ □□□ $\ln ab=3$ □ $ab=e^3$.

□□□□□ e^3

36．□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\left(x-\dfrac{2}{x^3}\right)^4$ **□□□□□□□□□______□□□□□□□.**

□□□□-8

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

$T_{r+1}=C_4^r x^{4-r}\cdot(-2x^{-3})^r=C_4^r(-2)^r x^{4-4r}$ □□ $4-4r=0$ □□ $r=1$.

□□□□□□□□ $C_4^1(-2)=-8$ □

□□□□:-8.

37．□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□△ ABC **□□□** A,B,C **□□□□□□** a,b,c **□**

□ $\sin A=\sqrt{3}\sin C$ **□** $B=30°$ **□** $b=2$ **□□△** ABC **□□□□▲□**

□□□□ $\sqrt{3}$

□□□□

□□ $\triangle ABC$ □,□□□□□□ $a=\sqrt{3}c$,□□□□□□,□□□□□ b □ c □□□,□□□□ B □ C □□□,□□□□□□□□□□□□ 180° ,□□□□ A □□□

□,□□ $\triangle ABC$ □□□□ $\frac{1}{2}bc\cdot\sin A$ □□□□□□.

□□□□

□:□ $\triangle ABC$ □,□□ $\sin A=\sqrt{3}\sin C$,□□□□□□ $a=\sqrt{3}c$.

□ $B=30^{\circ}$,□□□□□,□□: $\cos B=\cos 30^{\circ}=\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{4c^2-4}{2\sqrt{3}c^2}$,

□□ $c=2$,□ $\triangle ABC$ □□□□□□, $C=B=30^{\circ}$, $A=120^{\circ}$ □ $\triangle ABC$ □□□□ $\frac{1}{2}bc\sin A=\sqrt{3}$,

□□□□ $\sqrt{3}$.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□,□□ $C=B=30^{\circ}$

□□□□□□,□□□□□□.

38．□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}x^3-3x, & x\le a\\ -2x, & x>a\end{cases}$ **.**

①□ $a=0$ □□ $f(x)$ □□□□□___________________□

②□ $f(x)$ □□□□□□□□□ a □□□□□□__________________.

□□□□2 $(-\infty,-1)$

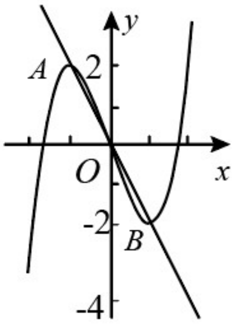
□□□□

□□□□□□□□□□□□ $g(x)=x^3-3x$ □□□ $y=-2x$ □□□□□□□□□□ $A(-1,2), O(0,0), B(1,-2)$ □□ $g'(x)=3x^2-3$ □□ $x=1$

□□□ $g(x)$ □□□□□□

① 当 $a=0$ 时，$f(x)=\begin{cases}x^3-3x, x\le 0\\ -2x, x>0\end{cases}$，由图象可知 $f(x)$ 的最大值是 $f(-1)=2$；

② 由图象知当 $a\ge -1$ 时，$f(x)$ 有最大值 $f(-1)=2$；只有当 $a<-1$ 时，$a^3-3a<-2a$，$f(x)$ 无最大值，所以所求 a 的取值范围是 $(-\infty,-1)$.



【考点】分段函数求最值,数形结合

【名师点睛】1.求分段函数的函数值时，应首先确定所给自变量的取值属于哪一个范围，然后选取相应的对应关系．若自变量的值为较大的正整数，一般可考虑先求函数的周期．若给出函数值求自变量的值，应根据每一段函数的解析式分别求解，但要注意检验所求自变量的值是否属于相应段自变量的范围；2.在研究函数的单调性时，需要先将函数化简，转化为讨论一些熟知的函数的单调性，因此掌握一次函数、二次函数、幂函数、对数函数等的单调性，将大大缩短我们的判断过程.

【详解】

39．（**2021**·皇姑·辽宁实验中学高三月考）设数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，且 $a_{11}=\frac{3\pi}{8}$，若 $f(x)=\sin 2x+2\cos^2 x$，记 $b_n=f(a_n)$，则数列 $\{b_n\}$ 的前 **21** 项和为______.

【答案】21

【分析】

根据题意，由三角函数的恒等变形公式可得 $f(x)=\sin 2x+2\cos^2 x=\sin 2x+\cos 2x+1=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1$，分析可得 $f(x)$ 的一个对称中心为 $(\frac{3\pi}{8}, 1)$，据此结合等差数列的性质可得点 (a_{10}, b_{10}) 与 (a_{12}, b_{12}) 关于点 $(\frac{3\pi}{8}, 1)$ 对称，必有 $b_{10}+b_{12}=2$，同理可得：

$b_9+b_{13}=b_8+b_{14}=b_7+b_{15}=\cdots\cdots=b_1+b_{21}=2$，据此分析可得答案.

【详解】

□□□□□ $f(x)=\sin2x+2\cos^2x=\sin2x+\cos2x+1=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1$□

□$2x+\frac{\pi}{4}=k\pi$□□□□ $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{8}(k\in Z)$ □□ $f(x)$ □□□□□□$(\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{8}$□$1)(k\in Z)$□

□$k=1$□□□ $x=\frac{3\pi}{8}$ □□ $f(x)$ □□□□□□□□$(\frac{3\pi}{8}$□$1)$□

$b_{11}=f(a_{11})=f(\frac{3\pi}{8})=\sqrt{2}\sin(\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{4})+1=1$□

□□□□$\{a_n\}$□□□□□□□ $a_{10}+a_{12}=2a_{11}=\frac{3\pi}{4}$□

□□$(a_{10}$□$b_{10})$□$(a_{12}$□$b_{12})$□□□$(\frac{3\pi}{8}$□$1)$□□□□□ $b_{10}+b_{12}=2$□

□□□□□ $b_9+b_{13}=b_8+b_{14}=b_7+b_{15}=\cdots=b_1+b_{21}=2$□

□□ $\{b_n\}$ □□21□□ $S_{21}=b_1+b_2+\cdots+b_{21}=(b_1+b_{21})+(b_2+b_{20})+\cdots(b_{10}+b_{12})+b_{11}=21$□

□□□□□21

40□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $P-ABC$ □□$\triangle ABC$□$\triangle PBC$□□□□□ $2\sqrt{3}$ □□□□□□ $PA=3\sqrt{2}$.□M□□□□

$P-ABC$□□□□□□□□□□M□□□ABC□□□□□□□________.

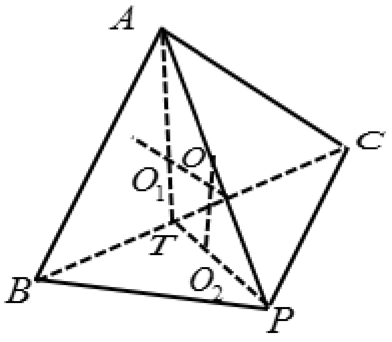
□□□□ $\sqrt{5}+1$

□□□□

□BC□□□T□□□□ $PT\perp AT$ □□$\triangle ABC$□$\triangle PBC$□□□□□□O_1□O_2□□□O_1□O_2□□□□□□□□□□□□□□O□□□□□$P-ABC$

□□□□□□□□□□□□□□□□ $R=OP$ □□□M□□□ABC□□□ $d\le R+OO_1$ □□□□.

□□□□



设 BC 中点为 T，$\triangle ABC$ 的外心为 O_1，$\triangle PBC$ 的外心为 O_2，

过点 O_1 作面 ABC 的垂线，过点 O_2 作直线面 PBC 的垂线，

两条垂线的交点 O 即为三棱锥 $P-ABC$ 外接球的球心，

因为 $\triangle ABC$ 和 $\triangle PBC$ 都是边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形，可得 $PT=AT=3$，

又 $PA=3\sqrt{2}$，所以 $AT^2+PT^2=AP^2$，所以 $PT\perp AT$，

又因为 $AT\perp BC$，$BC\cap PT=T$，所以 $AT\perp$ 面 PBC，

因为 $AT\subset$ 平面 ABC，所以平面 $PBC\perp$ 平面 ABC，且 $TO_1=\dfrac{1}{3}AT=1$，

所以四边形 OO_1TO_2 是边长为 1 的正方形，所以外接球半径 $R=OP=\sqrt{OO_2^2+O_2P^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$，

M 到平面 ABC 的距离 $d\le R+OO_1=\sqrt{5}+1$，

故答案为：$\sqrt{5}+1$.

41．（**2021**·安徽屯溪一中高三月考（文））关于圆周率 π，数学发展史上出现过许多很有创意的求法，如著名的蒲丰实验和查理斯实验，受其启发，我们也可以通过设计下面的实验来估计 π 的值：先请 **240** 名同学，每人随机写下两个都小于 **1** 的正实数 x，y 组成的实数对 (x,y)，再统计两数能与 **1** 构成钝角三角形三边的数对 (x,y) 的个数 m；最后再根据计数 m 来估计 π 的值．假设统计结果是 $m=68$，那么可以估计 π 的近似值为______________．（用分数表示）

【答案】$\dfrac{47}{15}$

【分析】

□□□□240 □□□□ 1 □□□□□(x,y)□□□$\begin{cases}0<x<1\\0<y<1\end{cases}$□□□□ 1□□□□□ 1 □□□□□□□□□□□□(x,y)□□□ $x^2+y^2<1$□

$\begin{cases}0<x<1\\0<y<1\\x+y>1\end{cases}$□□□□$\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□240 □□□□ 1 □□□□□(x,y)□□□$\begin{cases}0<x<1\\0<y<1\end{cases}$□□□□ 1

□□□□ 1 □□□□□□□□□□□□(x,y)□□□ $x^2+y^2<1$□$\begin{cases}0<x<1\\0<y<1\\x+y>1\end{cases}$

□□□$\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$

□□□□□□□□ 1 □□□□□□□□□□□□(x,y)□□□$m=68$

□□$\frac{68}{240}=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$□□□$\pi=\frac{47}{15}$

□□□□□$\frac{47}{15}$

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

42□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}x^2-4x+3,\ x\le 0\\-x^2-2x+3,\ x>0\end{cases}$□□$x\in[a,a+1]$□□□□ $f(x+a)\ge f(2a-x)$□□□□

□□□a□□□□□___________.

□□□□-2

□□□□

□□□□□$f(x)$□□□□□□□□□□□□□□$x+a\le 2a-x$□□$x\in[a,a+1]$□□□□□$a\ge 2x$□□□□□□□□.

□□□□

∵□□□□ $y=x^2-4x+3$ □□□□□ $x=2$ □∴ $x\in(-\infty,0]$ □□□□□□□□□□□ $x^2-4x+3\ge3$ □

∵□□□□ $y=-x^2-2x+3$ □□□□□ $x=-1$ □∴ $x\in(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□□ $-x^2-2x+3<3$.

∴□□ $f(x)$ □ $(-\infty,+\infty)$ □□□□□□

∴□□□ $f(x+a)\ge f(2a-x)$ □□□□ $x+a\le2a-x$ □

□ $x\in[a,a+1]$ □□□□□ $a\ge2x$ □□□□

∴ $a\ge2(a+1)$ □□□ $a\le-2$ □□□□ a □□□□□-2.

□□□□□-2.

□□□□

□□□.

43□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□ $A=\{x|x^2+2x-3>0\}$ □□□ $B=\{x|x^2-2ax-1\le0,a>0\}$ **.** □ $A\cap B$ □□□

□**2** □□□□□□ ***a*** □□□□□□________

□□□□ $[\frac{4}{3},\frac{15}{8})$ ##

□□□□

□□ A □□□□□□□□□□ □□ A □ B □□□□□□□□□□□□ f □2□ <0 □ f □3□ ≤0 □ $f(4)>0$ □□□□□□□□□

□□□□

□□□ A □□□□□□□□ $(x-1)(x+3)>0$ □

□□ $x<-3$ □ $x>1$ □□ $A=\{x|x<-3$ □ $x>1\}$ □

□□ $y=f(x)=x^2-2ax-1$ □□□□□ $x=a>0$ □

$f(-3)=6a+8>0$ □ $f(1)=-2a<0$ □ $f(-1)=2a>0$ □

□□□□□□□□□ $A\cap B$ □□□□□□

□□□□□□□ 2□3,

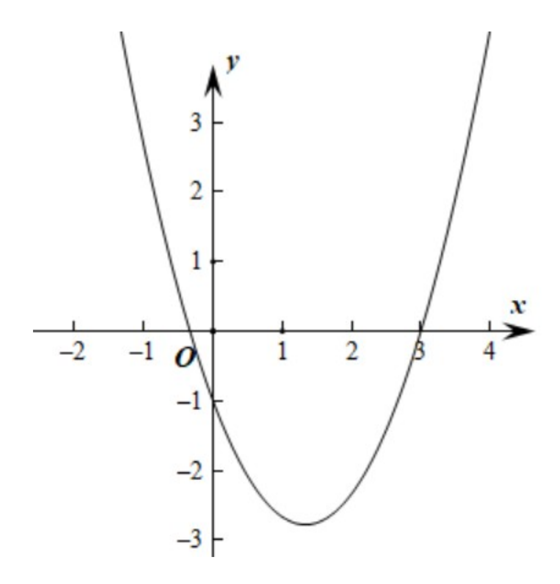
$\therefore f$（2）<0，f（3）≤ 0，$f(4)>0$，

□ $\begin{cases}4-4a-1<0\\9-6a-1\le 0\\16-8a-1>0\end{cases}$□

□□ $\frac{4}{3}\le a<\frac{15}{8}$□

□ a □□□□□ $[\frac{4}{3}$，$\frac{15}{8})$□

□□□□□ $[\frac{4}{3},\frac{15}{8})$



44．（2021·□□□□**·**□□□□□□□□□□□□□□□□**）**□□ $f(x)=\sqrt{x-a}$，□□□□□□ x_0 □□ $f[f(x_0)]=x_0$，□□□□ a □□□□□□__

□□□□ $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right]$

□□□□

□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□ $y=f(x)$ □□□□□ $y=x$ □□□□□□ $\sqrt{x-a}=x$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□

□□□□

□□ $f(x)=\sqrt{x-a}$ □ $[a,+\infty)$ □□□

□□□□□ x_0 □□ $f[f(x_0)]=x_0$ □□□ $y=f(x)$ □□□□□□ $y=x$ □□□□

□□□ $\sqrt{x-a}=x$ □□□

□ $\sqrt{x-a}=x(x\ge 0)$ □□□ $x-a=x^2$ □□□ $a=x-x^2=-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}$ □

□ $y=-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}$ □ $[0$ □ $\frac{1}{2})$ □□□ $(\frac{1}{2}$ □ $+\infty)$ □□□

□□ $y=-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}$ □□□□□ $\frac{1}{4}$ □□□ $x=\frac{1}{2}$ □

□ $a\le\frac{1}{4}$ □□ a □□□□□□ $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right]$ □

□□□□□ $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right]$ □

45□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}2+3\ln x, & x\geqslant 1\\ x+1, & x<1\end{cases}$ □□ $m\ne n$ □□ $f(m)+f(n)=4$ □□ $m+n$ □□□□□____

____□

□□□□ $4-3\ln 3$

□□□□

□□□□□□□□□ $f(x)$ □ R □□□□□□□□□□□ m □ n □□□□□□1□□□□□□□1□□□□ $n<1$ □ $m\geqslant 1$ □□□□□ $m+n$ □□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□ $x<1$ □□ $f(x)<2$ □□ $x\geqslant 1$ □□ $f(x)\geqslant 2$ □□□□□ $f(x)$ □ R □□□□□□□□□

□ $m\ne n$ □□ $f(m)+f(n)=4$ □□□ m □ n □□□□□□1□□□□□□□1□

□□□ $n<1$ □ $m\geqslant 1$ □□ $f(m)+f(n)=2+3\ln m+n+1=4$ □□ $n=1-3\ln m$ □

□□ $m+n=m-3\ln m+1$ □ $m\geqslant 1$ □

令 $g(x)=x-3\ln x+1$，$x\geq 1$，所以 $g'(x)=1-\frac{3}{x}=\frac{x-3}{x}$，

当 $1\leq x\leq 3$ 时，$g'(x)<0$，函数 $g(x)$ 为单调递减函数，

当 $x>3$ 时，$g'(x)>0$，函数 $g(x)$ 为单调递增函数，所以当 $x=3$ 时，函数 $g(x)_{min}=3-3\ln 3+1=4-3\ln 3$，无最大值，

故 $m+n$ 的最小值为 $4-3\ln 3$，

故答案为：$4-3\ln 3$.

46．（**2021**·济南·山东省实验中学高三月考）公元前 **6** 世纪，古希腊的毕达哥拉斯学派通过研究正五边形和正十边形的作图，发现了黄金分割值约为 **0.618**，这一数值也可以表示为 $m=2\sin 18^\circ$．若 $m^2+n=4$，则 $\frac{m+\sqrt{n}}{\sin 63^\circ}=$________.

【答案】$2\sqrt{2}$

【分析】

利用同角的基本关系式，可得 $n=4\cos^2 18^\circ$，代入所求，结合辅助角公式，即可求解．

【详解】

因为 $m=2\sin 18^\circ$，$m^2+n=4$，所以 $n=4-m^2=4-4\sin^2 18^\circ=4\cos^2 18^\circ$，

所以 $\frac{m+\sqrt{n}}{\sin 63^\circ}=\frac{2\sin 18^\circ+2\cos 18^\circ}{\sin 63^\circ}=\frac{2\sqrt{2}\sin(18^\circ+45^\circ)}{\sin 63^\circ}=2\sqrt{2}$，故答案为 $2\sqrt{2}$

【点睛】

本题考查同角三角函数的基本关系式，辅助角公式，考查计算化简的能力，属基础题

47．（**2021**·江苏省前黄高级中学高三月考）函数 $f(x)=(x^2-3)e^x$，关于 x 的方程 $f^2(x)-mf(x)+1=0$ 恰有四个不同实数根，则实数 m 的取值范围为________.

【答案】$\left(-2e-\frac{1}{2e},-2\right)\cup\left(\frac{6}{e^3}+\frac{e^3}{6},+\infty\right)$

【分析】

先利用导数求出函数 $f(x)$ 的单调区间和极值，令 $f(x)=t$，由题意可知，方程 $t^2-mt+1=0$ 有两个不同的实数根 t_1，t_2，根据数形结合求得实数根 t_1，t_2

□□□□□□□ $g(t)=t^2-mt+1$ □□□□□□□□□□□□□□□□ m □□□□□□

□□□□

$f'(x)=(x^2+2x-3)e^x=(x+3)(x-1)e^x$□

□ $f'(x)=0$ □□ $x=-3$ □1□

□ $x<-3$ □□ $f'(x)>0$ □□□ $f(x)$ □ $(-\infty,-3)$ □□□□□□□ $f(x)>0$ □

□ $-3<x<1$ □□ $f'(x)<0$ □□□ $f(x)$ □ $(-3,1)$ □□□□□□

□ $x>1$ □□ $f'(x)>0$ □□□ $f(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□

□□ $f(x)$ □□□□ $f(-3)=\frac{6}{e^3}$ □ $f(x)$ □□□□ $f(1)=-2e$□

□ $f(x)=t$□

□□□□ x □□□ $f^2(x)-mf(x)+1=0$ □□□□□□□□□□□

□□□□ $t^2-mt+1=0$ □□□□□□□□□ t_1□t_2□

□□□□□ $\left(0,\frac{6}{e^3}\right)$ □□□□□□ $\left(\frac{6}{e^3},+\infty\right)$ □□

□□□□□□□□□ $(-2e,0)$ □□□□□□□ $\frac{6}{e^3}$ □□□□□ $(-2e,0)$ □□

□□□□ t_1□t_2 □□□□□ $\left(0,\frac{6}{e^3}\right)$ □□□□□□ $\left(\frac{6}{e^3},+\infty\right)$ □□

□ $g(t)=t^2-mt+1$ □□□ $g(0)=1>0$□

□□□□ $g\left(\frac{6}{e^3}\right)<0$ □□ $\frac{36}{e^6}-\frac{6m}{e^3}+1<0$ □□ $m>\frac{6}{e^3}+\frac{e^3}{6}$□

□ m □□□□□□□ $\left(\frac{6}{e^3}+\frac{e^3}{6},+\infty\right)$ □

□□□□ t_1 □ t_2 □□□ $(-2e,0)$ □□

□ $g(t)=t^2-mt+1$ □□□ $g(0)=1>0$ □

□□□□ $\begin{cases} g(-2e)>0 \\ g\left(\frac{m}{2}\right)<0 \\ -2e<\frac{m}{2}<0 \end{cases}$ □□□ $-2e-\frac{1}{2e}<m<-2$ □

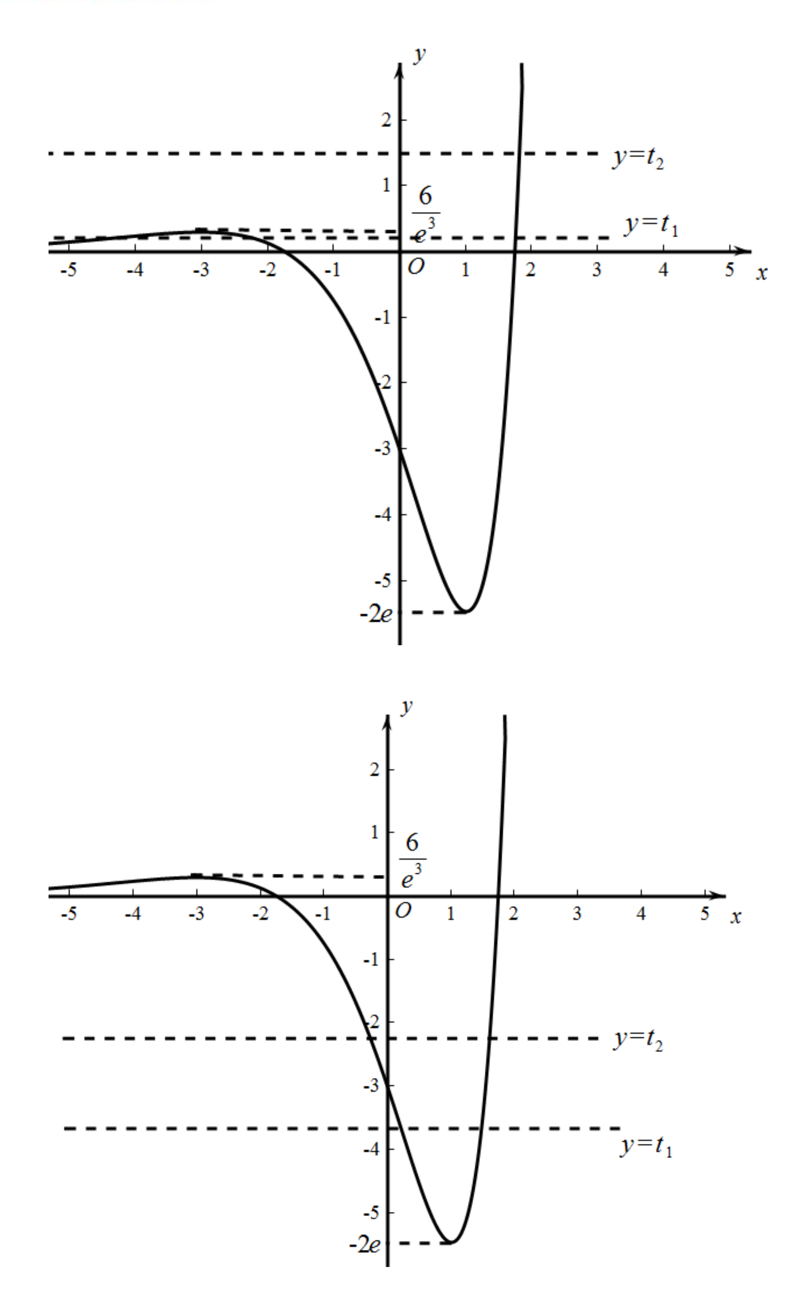
□ m □□□□□□□ $\left(-2e-\frac{1}{2e},-2\right)$ □

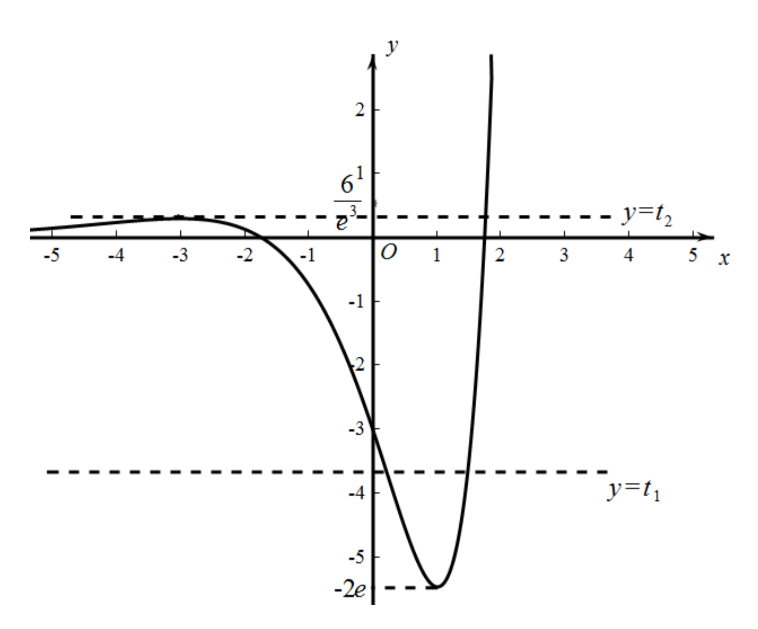
□□□□ t_1 □ t_2 □□□ $\frac{6}{e^3}$ □□□□□ $(-2e,0)$ □□

□ $g(t)=t^2-mt+1$ □□□ $g(0)=1>0$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□ m □□□□□□ $\left(-2e-\frac{1}{2e},-2\right)\cup\left(\frac{6}{e^3}+\frac{e^3}{6},+\infty\right)$

□□□□□ $\left(-2e-\frac{1}{2e},-2\right)\cup\left(\frac{6}{e^3}+\frac{e^3}{6},+\infty\right)$


y
x
O
y=t2
y=t1
6/e3
-2e
-5 -4 -3 -2 -1 1 2 3 4 5
2 1 -1 -2 -3 -4 -5



48□□2021·□□□□·□□□□□□□ $A=\{(m_1,m_2,m_3)\,|\,m_i\in\{-2,0,2\},i\in\{1,2,3\}\}$ **□□□□ A □□□□□“**

$2\le|m_1|+|m_2|+|m_3|\le5$**”□□□□□□________.**

□□□□18.

□□□□

□□□□□□□□ $|m_1|+|m_2|+|m_3|=2$ □ 4 □□□.

□□□□

□□ $2\le|m_1|+|m_2|+|m_3|\le5$ □□□□□□□□

① $|m_1|+|m_2|+|m_3|=2$ □□□□□ A □□□□□□□ 2□□ -2 □□□ 0□2 □ -2 □□□□□□□□□ 3 □□□□□□□□□□□□ 0□□□□□□

$3\times2=6$ □□

② $|m_1|+|m_2|+|m_3|=4$ □□□□□ A □□□□□□□ 2 □□ 0□□□□ -2 □□□ 0□□□□ 2□□□ -2 □□□ 0.

□□□□ 2 □ -2 □□□ 0 □□□□□□□□□□□□□ 0□□□□□□□□□□ 2 □ -2 □□□□□□ $3\times2=6$ □□

□□□□ 2□□□ -2 □□□ 0 □□□□□□□□□□□□□ $3\times2\times1=6$ □□

∴□□ A □□□□□“$2\le|m_1|+|m_2|+|m_3|\le5$”□□□□□ $6+6+6=18$.

□□□□□18

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

49□□2021·□□□□·□□□□□□ $h(x)=e^{x}-x^{e}(x>0)$ □□□□ e □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□________□□□□□□□□□

□□□□□□

①□ $h(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□②□ $h(x)$ □□□ $(e,+\infty)$ □□□□□□

③□ $h(x)$ □□□ $(1,e)$ □□□□□□④□ $h(x)$ □□□□□ 0 □

□□□□②④

□□□□

□□□□□□ $h'(x)=0$ □□ $x=1,e$ □□□□□□□□□□□□□□□□ $h(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□ $h(x)=e^{x}-x^{e}(x>0)$ □□□ $h'(x)=e^{x}-ex^{e-1}(x>0)$ □□ $h'(x)=0$ □□ $x=1,e$ □

□□□ $0<x<1,x>e$ □□ $h'(x)>0$ □□□ $h(x)$ □□□□□□ $1<x<e$ □□ $h'(x)<0$ □□□ $h(x)$ □□□□□□

□□ $h(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□□ $h(x)$ □□□ $(e,+\infty)$ □□□□□□ $h(x)$ □□□ $(1,e)$ □□□□□□

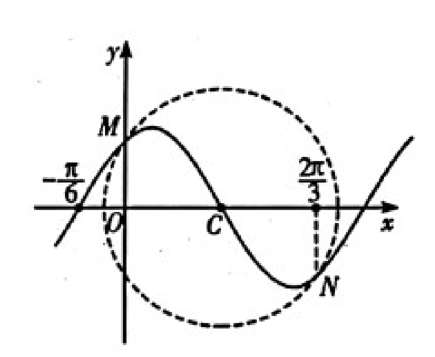
□□ $h(x)$ □ $x=e$ □□□□□□□□ $h(0)=1$□ $h(e)=e^{e}-e^{e}=0$ □□□ $h(x)$ □□□□□ 0 □

□□□□□□□□□②④□

□□□□□②④.

50□□2021·□□□□·□□□□□□ $f(x)=\frac{\sqrt{3}\pi}{6}\sin(\omega x+\varphi)(A>0,0<\varphi<\pi)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ C□ $f(x)$ □□□□□

M□ N□□□□ M□ y□□□□ $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=$________□



□□□□ $\frac{\pi}{4}$

□□□□

□□□□□□□□□□□ C □□□□□□□□□□□□□□□ ω □□□□ $\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$ □□□□□□□□ φ □□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□ $C\left(\frac{\pi}{3},0\right)$ □□□ $\frac{T}{2}=\frac{\pi}{3}-\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{2}$ □□ $T=\pi$ □□ $T=\frac{2\pi}{\omega}$ □□□ $\omega=2$ □

□□ $f(x)=\frac{\sqrt{3}\pi}{6}\sin(2x+\varphi)$ □□□□□□□□ $\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$ □□ $0=\frac{\sqrt{3}\pi}{6}\sin\left[2\times\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\varphi\right]$ □□□ $0=\sin\left(\varphi-\frac{\pi}{3}\right)$ □□□

$\varphi=k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in Z)$ □□□□ $0<\varphi<\pi$ □□□ $\varphi=\frac{\pi}{3}$ □□ $f(x)=\frac{\sqrt{3}\pi}{6}\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ □□□

$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}\pi}{6}\sin\left(2\times\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}\pi}{6}\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}\pi}{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{4}$ □

□□□□□ $\frac{\pi}{4}$.